ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Қ.И.Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті
Ақпараттық және теллекоммуникациялық технологиялар институты
Математатика кафедрасы

Зарқынбек Мағжан

Берілген шамаларының компьютерлік есептеулері, анализі және бейнелеулері (визуализация)

ДИПЛОМДЫҚ ЖҰМЫС

5В070500-Математикалық және компьютерлік модельдеу

Алматы 2019

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Қ.И.Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті

Ақпараттық және теллекоммуникациялық технологиялар институты

Математатика кафедрасы

ҚОРҒАУҒА ЖІБЕРІЛДІ

Кафедра меңгерушісі

ф.-м.ғ.к, доцент

_____Кельтенова Р.Т

«23» 05 _____2019ж.

ДИПЛОМДЫҚ ЖҰМЫС

Тақырыбы: Берілген шамаларының компьютерлік есептеулері, анализі және бейнелеуі (визуализация)

5В070500-Математикалық және компьютерлік модельдеу

Орындаған: Зарқынбек Мағжан

Рецензент,

ф.-м.ғ.к.,профессор

_____ Хисамиев З. Г.

«15» 05 2019ж.

Ғылыми жетекші,

к.ф.м.н.,асс. профессор

_____ Етисбаев Н.О.

«23» 05 2019ж.

Алматы 2019

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Сәтбаев университеті
Ақпараттық телокоммуникациялық технологиялар институты
Математика кафедрасы
5В070500-«Математикалық және компьютерлік модельдеу»

ҚОРҒАУҒА ЖІБЕРІЛДІ

кафедра меңгерушісі
ф.-м.ғ.к, доцент
_____Р.Т.Кельтенова
«23» 05 201 ж.

Дипломдық жұмысты орындауға
ТАПСЫРМА

Білім алушы:Зарқынбек Мағжан Маратбекұлы
Тақырыбы: «Берілген шамаларының компьютерлік есептеулері, анализі және бейнелеуі»
Университеттің бұйырғымен бекітілген №1162-б «18» 10 2018ж.
Жұмысты тапсыру мерзімі:«25» 05 2019ж.

Дипломдық жұмысқа бастапқы деректер:
1) Жиын. Жиынның қасиеттері және оларға қолданылатын амалдар.
2)Математикалық логика. Пікір. Логикалық амалдар.
3) Microsoft Exell программасында берілген кесте бойынша, қажетті мәліметтерді өңдеп шығару.

Графикалық материал тізбесі: Microsoft Office Exel – электронды кестелермен жұмыс жасау программасында мәліметтерді өңдеу.
Ұсынылатын негізгі әдебиеттер:

[1].В.А.Горбатов, ‘‘Основы дискретной математики’’, Москва «Высшая школа», 1986 г.
[2].Ю.Г.Карпов, ‘‘Теория Автоматов’’, Питер, Москва, 2002 г.
[3].И.А.Лавров, Л.Л.Максимова, ‘‘Задачи по теории множеств математической логике и теории алгоритмов’’, Наука, Москва 1975 г.
[4].И.Л.Ерош, М.Б.Сергеев, Н.В.Соловьев, ‘‘Дискретная математика’’, Санкт-Петербург, 2005 г.

Дипломдық жұмысты дайындау

КЕСТЕСІ

Бөлімдердің атауы,әзірленетін сұрақтар тізбесі	Ғылыми жетекші мен кеңесшіге көрсету мерзімі	Ескертпелер
1 Кіріспе	7.02.2019	
2 Негізгі бөлім	14.03.2019	
3 Қорытынды	5.04.2019	

Дипломдық жұмыс бөлімдерінің кеңесшілері мен норма бақылаушының аяқталған жұмысқа қойған

қолтаңбалары

Бөлімдердің атаулары	Ғылыми кеңесші, аты-жөні (ғылыми дәреже,атағы)	Қол қойған мерзімі	Қол таңбасы
Нормабақылаушы	к.ф.-м.н., сениор-лектор Шатманов Ж.Ж.	23.05.2019 г	

Ғылыми жетекшісі _____/Н. О. Егисбаев/

Тапсырманы орындауға алған білім алушы _____/М. М.Зарқынбек/

Күні “___” _____201 ж.

АҢДАТПА

Дипломдық жұмыстың мақсаты дискретті математикадағы логикалық амалдарға негізделе отырып, Microsoft Excell қолданбалы программасындағы логикалық, статистикалық және арифметикалық амалдарды пайдаланып, берілген үлкен көлемдегі мәліметтерді автоматтандырылған түрде есептеу.

Сонымен қатар, нәтижиелерді кестелік, графикалық және диаграммалық түрде компьютерлік модельдеу әдістеріне негізделе отырып, жедел визуалдау.

АННОТАЦИЯ

Цель дипломной работы заключается в автоматизированном учете данных большого объема, основанном на логических операторов в дискретной математике, используя логические, статистические и арифметические действия в прикладной программе Microsoft Excell.

Кроме того, основываясь на методах компьютерного моделирования, ускорить визуализацую результатов, в табличном, графическом и диаграммном виде.

ANNOTATION

The purpose of the diploma thesis is to automate the accounting of large data, based on logical operators in discrete mathematics, using logical, statistical and arithmetic operations in the application program Microsoft Excel.

In addition, based on computer simulation methods, speed up the visualization of the results, in tabular, graphical and diagrammatic form.

МАЗМҰНЫ

Кіріспе 8

1 Жиын 9

1.1 Жиынның қасиеттері және оған қолданылатын амалдар, Эйлер Венн диаграммасы 9

1.2 Жиындар акциомасы 13

1.3 Бинарлы қатынастар, олардың орындалу міндеті мен құрылымы 15

2 Математикалық логика 22

2.1 Пікір. Логикалық амалдар 22

2.2 Логика заңдары 25

2.3 Буль функцияларының қалыпты формаларының көрсетілуі 31

3 Кейбір логикалық амалдарды пайдаланып, параметрлерді есептеу автоматизациясы 33

Қорытынды 35

Пайдаланған әдебиеттер 36

А қосымшасы 37

Б қосымшасы 39

КІРІСПЕ

Дискретті математика(дискретті анализ) математиканың әртүрлі саласында және де оның техникалық қосымшаларында(приложения) да пайда болатын объектілердің соңғы(ақырлы) құрылымндарын ізденумен айналысады. Соңғы құрылымында олардың шектеулігі мен саналуы анықталады. Дискретті математиканың үзіліссіз(непрерывной) математиканың классикалық бөлімдерінен маңызды өзгешелігі үзіліссіздік ұғымы мен тізбектілік шегі ұғымдарының жоқтығы болып табылады.

Дискретті математикада объектілердің соңғы құрылымы қаралатындығы, зерттеу барысында объектілердің шексіз жиынтығы немесе олардың конфигурациялары жоқ дегенді білдірмейді, бірақ, ережеге сәйкес, бұл шексіздіктер саналатын болып есептеледі. Осыған орай шексіздіктер үзіліссіз математикада, ережеге сәйкес, контитуалды болып табылады.

Дискретті математика бөлімдері әркзде де математикада бар болған, бірақ құралдардың дамуы мен компьютерлердің пайда болуына байланысты жеке пән ретінде бөлініп шықты.

Дискретті математика бөлімдері болып келесілер табылады:

- математикалық логика;
- алгоритмдер теориясы;
- буль алгебрасы;
- соңғы автоматтар теориясы;
- дискретті топтар теориясы;
- графтар теориясы;
- комбинаторика.

Дискретті математика қосымшаларының әр түрлі бөлімдеріне тән мысалдыры:

- образды тану әдістері, мәндері қабылдау теориясына негізделген;
- криптографиялық хаттамалар;
- ақпараттарды кодтау теориясы;
- алгоритмдердің күрделілік теориясы және т.б. болып табылады.

1 Жиын

1.1 Жиынның қасиеттері және оған қолданылатын амалдар

Жиындар теориясы ресми түрде 1897 жылы қабылданған. Ең алғаш халықаралық математиктер конгресінде, Адамар мен Гурвинц бұл теорияға көптеген алуан түрлі мысалдар математика анализінде көрсеткен болатын. Жиындар теориясы алгебралық системаның құрылуының негізі болды, ЭВМ математикалық қамтамасыз етуінде де үлкен практикалық қолданықа ие болған. Алгебралық жүйе теориясына А.И.Мальцев пен Биргкоф орасан зор үлес қосқан. Әсіресе, симметриялы (симметриялы модельдерде) құрылымға ие модельдер теориясы қарқынды түрде дамыды. Модельдердің бұл классы ізделіп отырған объектіні тиімді түрде «қара жәшік» секілді таба алады. Объект элементтері (құрылымды немесе функционалды) модельдеушіні нысандайды, ал олардың таңбалары арақатынасын анықтайды. Бұл кластың оңтайлы тапсырма моделы үшін мограф ұғымы енгізілген, ал үш жыл өткен соң ол Франция да қайтадан «енгізіліп» гиперграф термині ретінде анықталды.

Алгебралық түсініктер күрделі жүйелердің жүргізілуін , ЭВМ, есептеу жүйелері мен ЭВМ желілерін , банк деректері мен қолданбалы қосымшалар пакетін жоспарлауда өте тиімді болып табылады. 70-ші жылдардың орта кезінде күрделі тапсырмаларды «тұжырымдау, не істеу керек, қалай екенін анықтамай » шешу үшін үлкен қадам жасалды, және бұл қадам жиындар тілінің көмегімен - СЕТЛ тілімен жасалды, яғни, құрылымының негізі жиындар болып саналатын, қиын объектілерді программада модельдеуге рұқсат етілетін тіл.

Дискретті математикада кез-келген ұғымды жиын ұғымы арқылы анықтауға болады.

Жиын арқылы ортақ объект ретінде, біздің ойларымыз бен интуициямызды ретке келтіруге болады. Жиын ұғымының интуитивті анықтамасына негіз болған теория Кантор жиыны. Бұл математикада бірлік болып саналады және де толығырақ анықтамаға ие болмағандықтан заманауй талаптарды қанағаттандыра алмайды. Жиынды кескіндейтін объектілерді, *жиын объектілері* деп тағайындап оларды латын алфавитінің кіші әріптперімен белгіліленеді. Егер m элементі M жиынына жататын болса $m \in M$ деп белгіленеді, ал жатпайтын болса $m \notin M$ деп белгіленеді, яғни, $\in$ белгісі «бар болу, ену» деген мағына білдіреді.

Соңғы немесе ақырғы элементі бар жиынды *аяқталатын немесе ақырлы жиын* деп аталады. Егер жиында ешқандай элемент болмаса ол бос жиын деп аталады және ол былай белгіленеді $\emptyset$.

Жиындар әр-түрлі түрде берілуі мүмкін: элементтер ретімен (ақырлы жиындар) немесе олардың құрылымының көрсетілуімен(мұндай жиындарда жүйелі жақшалар {} қолданылады). Мысалға, ондық алфавит жүйесінен тұратын M жиынын мынадай түрде: M = {0,1,…,9} немесе M = {i/i – бүтін, $0 \leq i \leq 9$} түрде беруге болады, бұл жердегі қисық сызықтың оң жағында осы жиынның құрылымы көрсетіледі. Жұп сандардан құралған M жиынын мынадай түрде көрсетесе болады M = {m/m – жұп сандар}.

M' жиыны M жиынының ішкі жиыны болып саналады, сонда, тек сонда ғана M' жиынының кез-келген элементі M жиынына жататын болса:

$$M' \subset M \leftrightarrow (m \in M' \rightarrow m \in M), \quad (1)$$

бұл жерде $\subset$ - белгісі ішкі жиынның қосылуын;

$\rightarrow$ - «егер..., онда... .»;

$\leftrightarrow$ - «сонда тек сонда ғана...» деген мағына береді. Кейбір кезде, M' жиыны мен M жиыны сәйкес келуі мүмкін.

M' жиынының M жиынына қосылмауын мынадай түрде белгілеуге болады:

$$M' \not\subset M, \quad (2)$$

Егер, M_a жиынының ішкі жиыны M_b болып, M_b жиынының ішкі жиыны M_a болса, онда бұл екі жиын да бірдей элементтерден тұрады. Бұндай жиындар *тең жиындар* деп аталады: $M_a = M_a$. Егер, M' жиыны M жынының ішкі жиыны болып, ал M жины M' жиынының ішкі жиыны болмаса, онда M' жиыны M жиынының *жеке ішкі жиыны* болып табылады. Бұл қағиданы белгілеу үшін қосылу белгісін $\subset\subset$ екі рет қолданамыз:

$$M' \subset\subset M, \quad (3)$$

Әр M жиыны үшін, элементтері M жиынының ішкі жиынындары ғана болатын жиын бар. Ондай жиындарды M **жиындар тобы** немесе осы жиынның ***булеаны*** деп аталып және B(M) түрінде белгіленеді, ал M жиыны – **универсал, универсум** немесе **кеңістік** деп аталады және 1 мағынасын береді.

1{y, x ,a} универсумынан B(1) булеанының кескінделуін қарастырсақ. Алғашқы жиын, ешқандай элементке ие емес бос жиын Ø болып табылады. Одан кейін бір элементтен тұратын $\binom{|1|}{1}\left[\binom{|1|}{1} - |1|\text{ден 1 арқылы саналатын сан}\right]$ жиыны, одан кейін екі элементтен тұратын $\binom{|1|}{2}$ жиыны, ... , және соңында барлық элементтерден құралған **1** жиынын кескіндейміз. Бұл жерде |M| - ақырғы M жиынының элементтер саны, оларды кейінірек *жиын қуаты* (мощность множества) деп аталады.

M универсумынының |B(M)| булеан қуаты $2^{|M|}$ тең екені айқын:

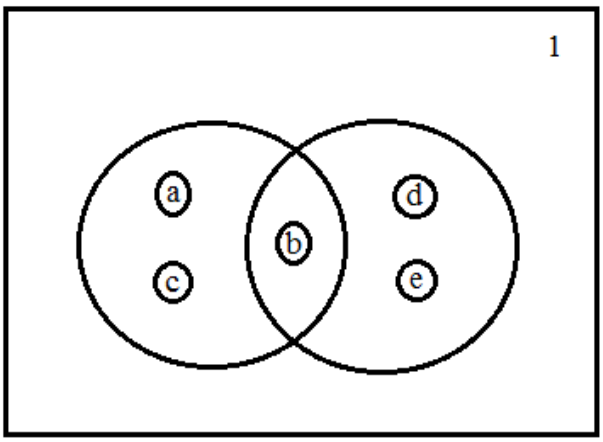
$$|B(M)| = 2^{|M|}, \quad (4)$$

Қарастырылып отырған

B(1) = {Ø, {x}, {y}, {a}, {x, y}, {x, a}, {y ,a}, {x, y, a}}.

Жиындарды Эйлер диаграммасы түрінде де кескіндеуге болады. Мысалы, 1 = {a, b, c, d, e} кеңістігнде {{a, b, c} {b, d, e}} жиыны берілсін (1.1-сурет), бұл жердегі тұйықталған кескін - Эйлер шеңбері берілген жиындардың біреуімен

сәйкес келіп, оның элементтерін тұйықтайды, ал жоғары жағында 1 тұрған төртбұрыш жиындардың элементтерін тұйықтайды.



1.1 Сурет - {a, b, c, d, e} кеңістігнде {{a, b, c} {b, d, e}} жиынының берілуі.

Жиындар теориясының маңызды ұғымдарының бірі декарттық жұмыс жиыны (декарт жүйесі) болып табылады.

M_a және M_b жиынындағы декарт жүйесі $M_a \times M_b$ M түрдегі жиын болып табылады

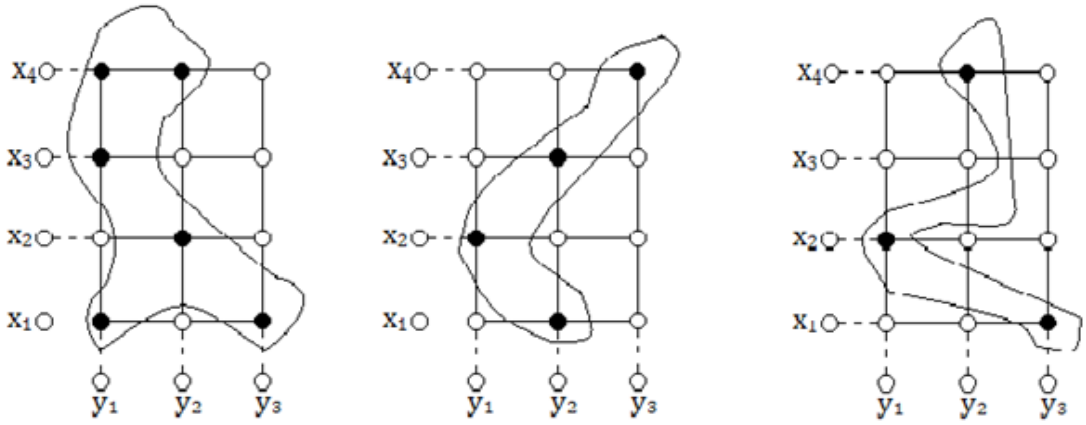
$$M = \{(m_i, m_j)/m_i \in M_a, m_j \in M_b\}, \quad (5)$$

Бұл жерде және кейініректе де () жай жақшаларды тізбек үшін, яғни, жиындардың элементтерін ретімен орналастыру үшін қолданамыз.

$F \subset M_x \times M_y$ ішкі жиыны функция болады, егер әр x элементі үшін, $x \in M_x$, $(x, y) \in F$ түрінен бір элементтен $y \in M_y$ артық табылмаса; және де егер әр x элементі үшін, $(x, y) \in F$ түрінде тек бір y элементі бар болса, онда функция толық (барлық жерде)анықталған , ал кері жағдайда – толық анықталмаған(кейбір жерлерде) функция деп аталады. M_x жиыны F функциясының анықталу облысын кескіндейді, M_y жиыны – F функциясының мәндер облысын кескіндейді. Көп жерлерде $(x, y) \in F$ орнына $y = F(x)$ түріндегі кескін жиі кездеседі; Сондықтан, x элементін - аргумент немесе айнымалы деп, ал y элементін – F функциясының мәні деп қарастырылады.

Мысал 1:

1.2, а-суретінде функция болып саналмайтын, $M_x = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ және $M_y = \{y_1, y_2, y_3\}$ жиынының ішкі декарттық жиындары бейнеленген; 1.2,б – толық анықталған функция болып табылатын, 1.2,в– толық анықталмаған функция бейнеленген.



1.2, а 1.2, б 1.2, в

1.2 Сурет – Ішкі декарттық жиындардың берілуі

Аргументтер саны функция аймағы арқылы анықталады. Жоғарыда қаралған функциялар бірорынды(жалғыз) функциялар.

Декарт ұғымына ұқсас екі жиын өнімі, декарттық n жиынын өнімін анықтау арқылы табылады.

Декарт өнім

$$M_1 \times M_2 \times \ldots \times = \prod_{i=n}^{n} M_i, \tag{6}$$

$M_1, M_2, \ldots, M_n$ жиындары деп $M = \{(m_{i1}, m_{i2}, \ldots, m_{in}) / m_{i1}, m_{i2} \in M_2, \ldots, m_n \in M_{in}\}$ жиыны айтылады.

Декарт өнімінің элементтері $M_1 \times M_2 \times \ldots \times = M_i$, барлық болуы мүмкін дәйектер болып табылатын, әр қайсысы n элементтен тұратын, және де бірінші элемент M_1 жиынына жататын, екіншісі – M_2 жиынына, n-інші элемент – M_n жиынына жататын элементтер болып табылады.

Егер M_x жиыны y = F(x) функциясында анықталатын болса, онда декарт өнімінің $M_{x1}, M_{x2}, \ldots, M_{xn}$ жиыны болып табылады, осы жерден *n* – аймақтық функциясының анықталуы алынады.

$$y = F(x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{7}$$

n – аймақтық функциясының $y = F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ дербес жағдайы n – аймақтық операциясы болып табылады. n – аймақтық операциясынан O_n M жиынында n – аймақтық функциясы $y = F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ түсіндіріледі, осы жердегі аргументтердің анықталу облысы мен функцияның мағыналық облысы сәйкес келеді:

$$M_{x_1} = M_{x_2} = M_{x_n} = M, \tag{8}$$

Сондықтан, n – аймақтық операциясы n элементтері арқылы M жиыны осы жиынның (n+1)-ші элементін анықтайды.

1.2 Жиындар акциомасы

Жиын ұғымы фундаметальді анықталмаған ұғым. Аксиомалық қадамды пайдалана отырып, формальді түрде келесі түрдегідей жиын акциомасы құрылады.

Пайда болу акциомасы. Кем дегенді бір жиын болады.

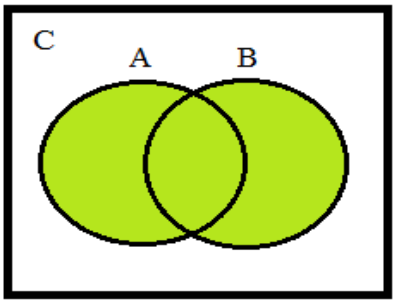
Көлемділік акциомасы(экстенционалдылығы)**.** Егер А жиыны мен В жиыны бірдей элементтерден құралған болса, онда олар өзара сәйкес болады немесе өзара тең:

$$A = B, \tag{9}$$

Бірігу акциомасы (қосылу акциомасы). Еркін А және В жиындары үшін, элементтері А жиынының барлық элементтері мен В жиынының барлық элементтерінен тұратын, және басқа элеменнтер мүлде болмайтын жиын болып табылады.

Көлемділік акциомасы мен бірігу акциомасынан, еркін А және В элементтері үшін бірігу акциомасы бір-ақ рет қана қолданылуы қанағаттандырады. Шынында, егер екі , яғни, C_1 және C_2 жиындары бар болса, онда олар алдыңғылармен бірдей элементтерден құралатын еді(А жиынының барлық элеменнтері мен В жиынынң барлық элементтері) сондықтан, көлемділік акциомасының құрылымына байланысты: $C_1 = C_2 = C$ болатын еді. Бұны жалғыз бірігу С жиыны ретінде қарастырамыз, яғни, А жиыны мен В жиынының бірігуі және ол мынадай түрде жазылады(1.3-суретте):

$$C = A \cup B, \tag{10}$$

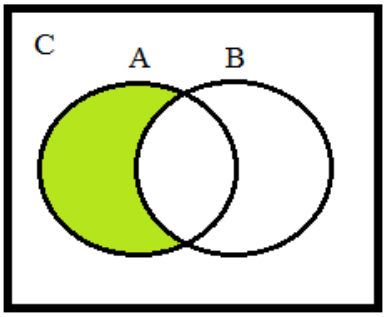


1.3 Сурет – А және В жиындарының бірігуі

Әртүрлілік акциомасы(азайту акциомасы). А және В жиындары үшін, тек қана А жиынының элементтері бар және В жиынының элементтеріне жатпайтын жиын бар.

Екінші мен төртінші акциомалардың бірігуінен, А жиыны мен В жиыны үшін, А жиынының элементтерінен тұратын, ал В жиынының элементтері құрамына кірмейтін жиын аламыз. Бұл С жиынын А жиыны мен В жиынының әртүрлілігі(немесе А жиынынан В жиынын азайту) деп аталады және мынадай түрде жазылады(1.4-суретте):

$$C = A \backslash B, \tag{11}$$



1.4 Сурет – А жиынынан В жиынының алынуы

Дәрежелік акциомасы. Әр М жиыны үшін, элементтері M_i ішкі жиыны болатын, M_i жиыны М жиынына жататын, В(М) (булеан) жиындар тобы бар.

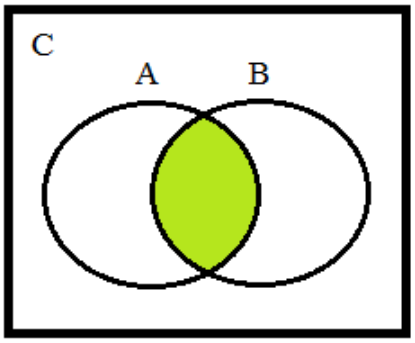
Бос жиынның пайда болу акциомасы(бос жиын құрылымы). Элементтердің ешқайсысы сәйкес келмейтін жиынды бос жиын Ø деп аталады.

Жоғарыда акциома түрінде қарастырып өткендей, жиындарға элементар алгебрада қолданатын қарапайым қосу, көбейту секілді амалдар қолдануға болады және оларды Эйлер-Венн деп аталатын диаграмма түрінде кескіндеуге болады.

Біріктіру және алып тастау оперцияларымен қатар, келтірілген акциомаларды қолдана отырып, тағы да үш жиын оперциялары анықталады.

А және В жиындардың **қиылысуы** келесі формуламен анықталады(1.5-сурет):

$$A \cap B = A(A \backslash B), \tag{12}$$

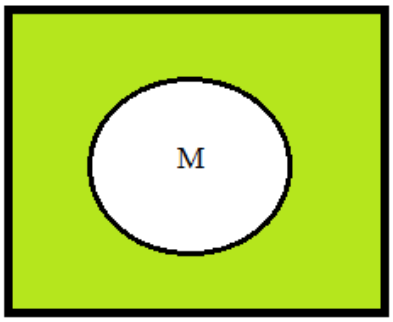


1.5 Сурет – А және В жиындарының қиылысуы

Бұл жерден, А ∩ В жиынындарының қиылысуынан тек А жиыны мен В жиынына ортақ элементтер ғана жататынын анықтауға болады.

М жиынының **толықтауышы** $\overline{M}$ келесі формуламен анықталады(1.6-сурет):

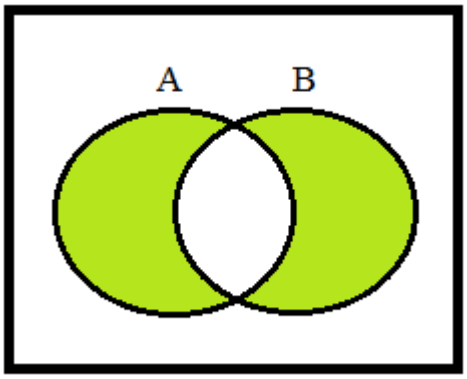
$$\overline{M} = 1 \backslash M, \tag{13}$$



1.6 Сурет – М жиынының толықтауышы

А мен В жиындарының **симметриялы әртүрлілігі**(симметриялы айырым) келесі формуламен анықталады (1.7-сурет):

$$A\backslash{*}B = (A\backslash B) \cup (B\backslash A), \tag{14}$$



1.7 Сурет – А және В жиындарының симметриялы айырымы

1.3 Бинарлы қатынастар, олардың орындалу міндеті мен құрылымы

Дискретті математикада фундаметальді ұғым *қатынас* болып табылып, оны объекттерге немесе ұғымдарға мағына беру үшін қолданады.

М квадратты көбейтіндісі деп, декарт туындысындағы екі өзара тең жиынның көбейтіндісін айтады: $M \times M = M^2$. М жиынындағы *Т бинарлы қатынасын* оның ішкі жиынының квадраты деп атайды: $T \subset M^2$. m_i және m_j элеменнтері Т қатынасында жатады, егер $(m_i, m_j) \in T$. М жиынының жиынтығы мен оған қойылған $T \subset M^2$ бинарлы қатынасы *граф G* деп аталады:

$$G =< M, T >, \tag{15}$$

мұндағы М – *граф тасымалдаушысы*(жиындар *төбесі*);

Т – *граф сигнатурасы* (*доғалар* жиыны).

Бинарлы қатынастардың тапсырмасын *жанама матрица* мен *жиындар факторы* көмегімен қарастырамыз.

Матрицалы тапсырма кезінде екілік кестесін – жанама матрицаны

қолданамыз, әр жолға (бағанға) M жиынының тиісті сәйкес элементтерін орналастырылады. Сонда, әр (i, j) торда өзара M^2 жиынының элементтері сәкес болады. $T \subset M^2$ жиынына сәйкес келетін әрі осы жиынға жататын (i, j) торын, қалайда ерекшелейді, мысалға қаралайды немесе оның орнына бірлік санын орналастырып, ал қалған элементтерін өзгертпей немесе олардың орнына ноль санын орналастырады.

Фон Нейман ұсынған, жиындар құрылымынан тұратын, ЭВМ блок схемасын қарастыратын болсақ

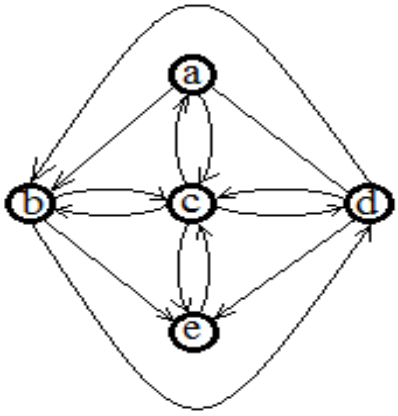
$$M = \{a, b, c, d, e\}, \tag{16}$$

мұндағы a – енгізу құрылымы, b – арифметикалық құрылым(процессор), c – басқару құрылымы, d – есте сақтау(запоминающее) құрылымы, e – енгізу құрылымы.

T қатынасында табылатын, m_i мен m_j құрылымдары арасындағы ақпарат алмастыруды қарастырайық, егер , m_i құрылымындағы ақпараттар m_j құрылымына түсетін болса. Бұл қатынасты келесі түрдегі матрица жиыны арқылы кескіндеуге болады:

$$B = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \left\| \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right\| \end{array} \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array}, \tag{17}$$

T қатынасынмен қаралып, беріліп отырған G графы 1.8-суретте берілген. Бұл суретте (кейініректе де) граф төбелері дөңгелек(кейбір жерлерде нүкте) түрінде бейнеленген, доғалар – бағыт(стрелка) түрінде, m_i-дан шығатын m_j-ға кіретін, егер $(m_i, m_j) \in T$; сонымен қатар m_i – *доғаның басы*, ал m_j – *доғаның аяғы* болып табылады.



1.8 Сурет – a,b,c,d және e төбелерінен құралған G графы

Бинарлы қатынастың тапсырмасын жиын-факторы арқылы қарастыратын болсақ.

$m_i \in M$ элементінің көршілес бірлік радиусы деп, $m_j \in M$ жиынының элементтері мына түрдегіні $(m_i, m_j) \in T$, $T \subset M^2$ айтады. Көп жағдайларда *көршілес* бірлік радиусы терминінің орнына *жанасу* термині қолданылады.

Көршілес бірлік радиусының жиыны, M жиынының барлық элементтері үшін алған кездегі $T \subset M^2$ қатынасының тапсырмасы, M жиынының T қатынасы арқылы M/T жиын факторы деп аталады. M/T жиын факторы T қатынасын толық анықтайды.

Екі жолдан тұратын қарастырылып отырған мысал ретінде жиынын факторын берер болсақ, бірінші жолға M жиын элементтерін орналастырып, ал екінші жолға әр элементтер астына сәйкестендіріп осы элементтердің көршілес бірлік радиустарын жазамыз. Олай болса екінші жол T арқылы берілген M жиын факторы болып табылады:

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d & e \\ \{b,c,d\} & \{c,d,e\} & \{a,b,d,e\} & \{b,c,e\} & \{c\} \end{bmatrix}.$$

G = <M, T> (сурет) графы арқылы берілген бинарлы қатынасты, доғаларын санау арқылы да беруге болады:

M = {a, b, c, d, e}, T = {(a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (b, e), (b, d), (c, a), (c, d), (c, e), (d, c), (d, b), (d, e), (e, c)}.

Бинарлы қатынастардың неғұрлым маңызды құрылымын қарастырсақ.

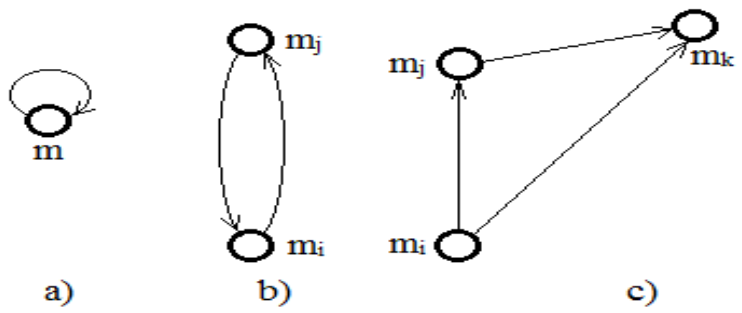
M жиынында T қатынасы **рефлексиялық**, егер әр $m \in M$ элементі үшін (m, m) $\in$ T болса. Рефлексиының құрылымы көршілес матрицалардың қатынастарының тапсырмасы мына түрде сипатталады, бас диоганальда орналасқан барлық элементтер ерекшеленегн(1-ге тең немесе қараланған); графтар қатынасының тапсырмасы кезінде әр элементте доға (m, m) тәріздес – **ілгек**(петля) болады (1.9-сурет, a).

M жиыны T қатынасында **симметриялы** болады егер, $(m_i, m_j) \in T$ – дан , $(m_i, m_j) \in M$ шығатын болса, $m_i = m_j$.

Симметриялы қатынасты көршілес матрицалар бас диоганальға симметриялы болып табылады, ал графтар қатынасы түріндегі симметриялы тапсырма кезінде әр төбелер арасындағы өзара , T қатынасында жататын, екі бағыттағы доғалар түрінде берілген байланыс болып табылады(1.9-сурет, b).

T қатынасы M жиынында **транзитивті** деп аталады, егер $(m_i, m_j) \in T$ және $(m_i, m_k) \in T$ осыдан $(m_i, m_k) \in T$, $m_i, m_j, m_k \in M$; $m_i \neq m_j$, $m_i \neq m_k$, $m_j \neq m_k$.

Графта, берілгени T транзитивті қатынасында, біріншісінің аяғы екіншісінің басына сәйкес келетін доғалар жұптары бар, ал біріншінің басы екіншінің басымен сәйкес келетін және екінішің аяғы де сәйкес келетін үшінші доға (1.9-сурет, c) – **транзитивті жабылатын доға** деп аталады.

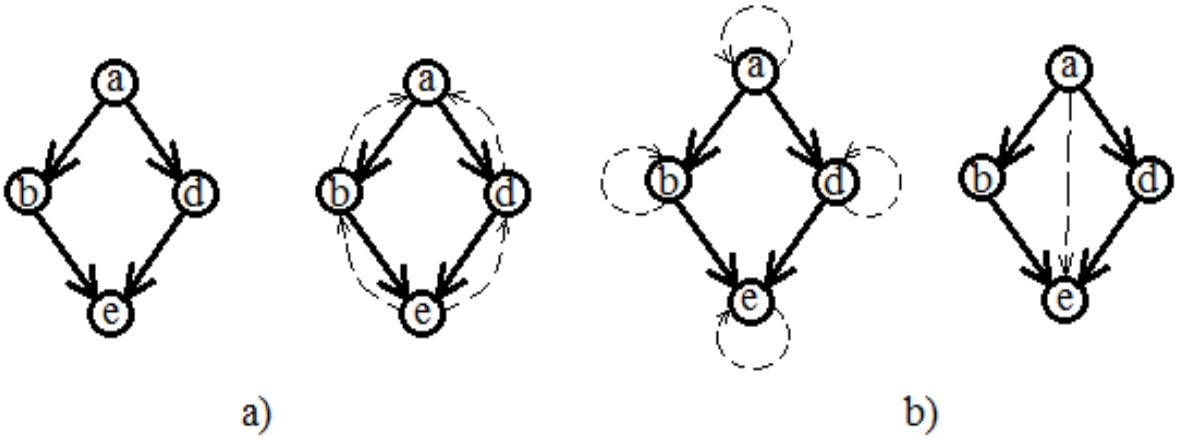


1.9 Сурет – a-ілгектің, b-симметриялы қатынастың, c-транзитивті жабылатын доғаның бейнеленуі

T' қатынасы, G грфының G' ішкі графында берілген (сурет), (a, b), (a, d), (b, e), (d, e) доғаларын жойғаннан кейін симметриялы болып қалады.

G = <V, U> графының G' ішкі графы деп мына түрдегі G' =<V, U'> , U' ⊂ U графты айтады.

T" қатынасы, G графының G" ішкі графында берілген, (a, b), (a, d), (b, e) және (d, e) доғаларынан басқа барлық доғаларды жойған кезде(1.10-сурет, а) – симметриялы құрылымға да (σ), рефлексивті де (ρ), транзитивті де (η) бола алмайды. Осы құрылымдардың қайсысына T" қатынасы анағұрлым жақын екенін қарайстырайық. T қатынасының α құрылымына жақындығын $\Delta(T, \alpha)$ доғалардың минималды саны арқылы бағалаймыз, α құрылымы $\alpha = \sigma, \rho, \eta$ болып, граф T қатынасын беру үшін, осы графқа қатынас беретін доғаларды қосып немесе алып(жойып) тастау керек. Қаралып отырған мысалға (1.10-сурет, б): Δ(T", σ) = 4, Δ(T", ρ) = 4, Δ(T", η) = 1.



1.10 Сурет - T" қатынасы, G графының G" ішкі графында берілуі, T қатынасының α құрылымына жақындығы кескінделген

Осы құрылымдарды пайдаланып, көптеген теориялық және практикалық мағына беретін, бинарлы қатынастар ретін анықтайық.

M жиынындағы R бинарлы қатынастары, келесі құрылымдарға ие:

- **рефлексивті**

$$(\forall\, a \in M)(a, a) \in R, \qquad (18)$$

- **антисимметриялы**

$$(\forall\ a\ \in M)\Big(\big((a,b) \in R, \text{және } (b,a) \in R\big) \leftrightarrow a = b\Big), \qquad (19)$$

- **транзитивті**

$$(\forall\ a,b,c\ \in M)\ \Big(\big((a,b) \in R, \text{және } (b,c) \in R\big) \rightarrow (a,c) \in R\Big), \qquad (20)$$

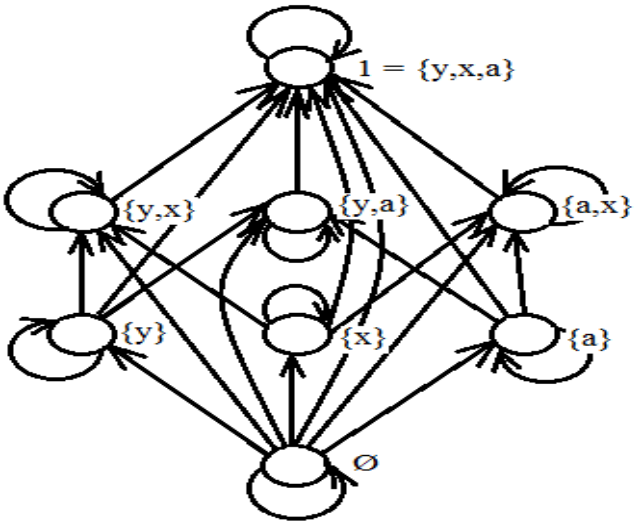
қатынастар реті деп аталып және ≤ түрінде белгіленеді. Антирефлексивті, антисимметриялы және транзитивті құрылымдарға ие, М жиынындағы бинарлы қатынастар **қатаң ретті қатынастар** деп аталады және мына $<$ түрде белгіленеді. Рефлексивті және транзитивті құрылымға ие, М жиынында жататын R қатынасы **алдыңғы қатарлы қатынас** деп аталады.

Қосу ⊂ қатынасын қарастырайық. Бұл қатынас рефлексивті: $M_i \subset M_i$ (M_i жиыны өзін-өзі қосады); егер $M_i \subset M_j$ және $M_j \subset M_i$, онда $M_i = M_j$ және де ол антисимметриялы; егер $M_i \subset M_j$ және $M_j \subset M_k$ болса, онда $M_i \subset M_k$ және қатынас ⊂ транзитвті болады. Қосу қатынасы ⊂ ретті ≤ қатынастар болып табылады. ≤ ретті қатынасы арқылы берілген М жиыны осы қатынаспен *реттелген* деп аталады.

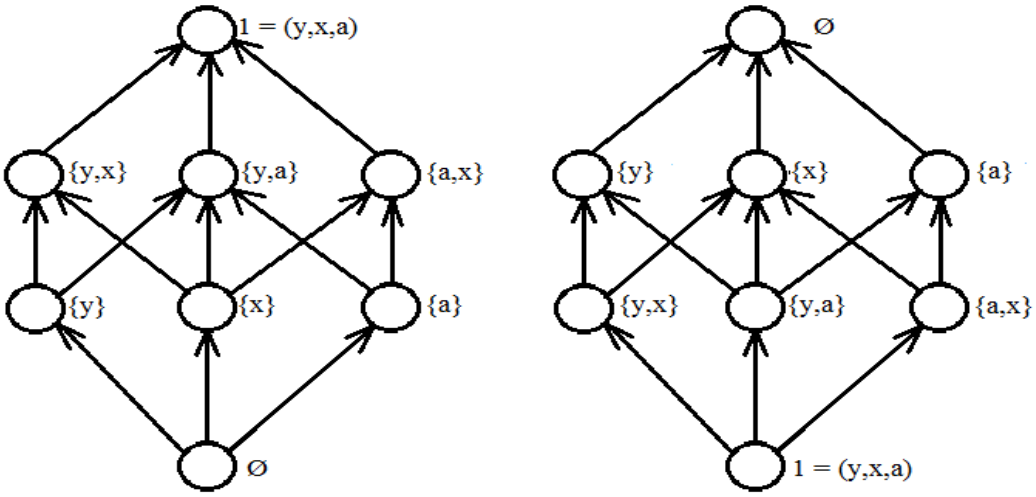
Егер кез-келген m_i және m_j реттелген қатынас элементтері $m_i \leq m_j$ немесе $m_j \leq m_i$ қатынастар ретінде орналасса, онда бұл жиын *сызықты реттелген* деп , ал олай болмаған жағдайда - **ішінара реттелген** деп аталады.

Ішінара реттелген жиын мысалы 1.11-суретте көрсетілген (≤ қатынасыда ⊂ қосылу қатынасы қарастырылған).

Көп жағдайларда, барлық ілгектері мен транзитивті жабылатын доғалары жойылған, ішінара реттелген жиынды H = <V, ≤ > граф түрдегі граф ретінде кескіндейді. Ішінара реттелген, сонымен қатар ілгектері мен транзитивті жабылатын доғалары жойылған , H = <V, ≤ > графын *Хассе Н диаграммасы* деп атайды.1.12, а–суретінде бейнеленген, Хассе Н диаграммасы ішінара реттелген жиын болып берілген. Хассе Н диаграммасы XIX ғасырдың аяғынан бастап мәлім болған, және оны көптеген жылдар бойы генеалогия саласында тұқымның берілуі үшін қолданған. Үлкенінінің тікелей (непосредственно старшего) ұғымы ішінара реттелген жиында келесі түрде оңай беріледі: m_i m_j-ді жабады – бұл $m_j < m_i$ және $m_j < m_x < m_i$ болатын m_x элементі табылмайды дегенді білдіреді.



1.11 Сурет – Ішінара реттелген жиын



а) б)

1.12 Сурет – Хассе Н диаграммасы бейнеленген

Реттелген М жиынан М' ішкі жиынын қарастырамыз. Егер мынадай элемент табылса $m_\alpha \in M$, оның $m_i \leq m_\alpha$ және кез-келген m_i элементі үшін М' ішкі жиыны, онда m_α элементі М' ішкі жиынының **мажоранты** болып аталады. Соымен қатар, . Егер мынадай элемент табылса $m_\beta \in M$, оның $m_\beta \leq m_i$ және кез-келген m_i элементі үшін М' ішкі жиыны, онда m_β элементі М' ішкі жиынының **миноранты** болып аталады. Хассе Н диаграммасында (сурет 1.19, а) {x} элементі {{y, x}, {a, x}, {y, x, a}} ішкі жиынынының - минораты, {a, x} элементі {{x}, {a}, Ø} ішкі жиынының – мажоранты болып табылады.

Егер М' ішкі жиынының m_α мажоранты М'жататын болса, $m_\alpha \in M'$, онда ол осы ішкі жиынның **максималды $m_{макс}$ элементы** деп аталады. Сонымен қатар, егер М' ішкі жиынының m_β миноранты М'жататын болса, $m_\beta \in M'$, онда ол осы ішкі жиынның **минималды $m_{мин}$ элементы** деп аталады. Хассе Н диаграммасында (1.12, а-сурет) {{x}, {y, x}, {a, x}, {y, x, a}} ішкі

жиындарының минималды және максималды элементтері сәйкесінше {x}, {y, x, a} болып табылады. Сызықты реттелген жиындардың қос елементтері үшін әрқашан максималды(екеуінің біреуіне тең) және минималды (қалған біреуіне тең) элементтері бар болып табылады. Жиі жағдайда сызықты реттелген жиындардың қос элементерін салыстырылатын(сравнимыми) деп атайды, яғни, $m_i \leq m_j$ немесе $m_j \leq m_i$ болатын, m_i m_j элементтері.

Егер жиын мажорант(минорант) болса, өз кезегінде, максималды(минималды) элементке ие, онда M' ішкі жынының **жоғарғы (төменгі) шегі** деп атайды. M' ішкі жиынының жоғарғы(төменгі) шегін sup M' (inf M') деп белгілейді.

M' ішкі жиынының жоғарғы (төменгі) шегі, M' жататын M' ішкі жиынының ең үлкен (ең кіші) шегі деп аталады.

Теорема. *M* реттелген жиыны тек бір ең үлкен (ең кіші) элементке ие.

Теореманы ең үлкен элемент үшін делелдейік. Расында, егер m_α, m_β – ең үлкен элемент болса, онда $m_\alpha \leq m_\beta$ және $m_\beta \leq m_\alpha$, антисимметриялық күшінен $\leq m_\alpha = m_\beta$. Ең кіші элемент үшін де дәл солай.

2 Математикалық логика

Математикалық логика – бұл амалдардың талқылау анализі, сонымен қатар бірінші кезекте олардың құрылы емес, талқылаулар формасы зерттеледі. Талқылаулар формализзациясы сонау заманғы Аристотельге келіп кіреді. Қазіргі заманның аристотельдік логикасын XIX ғасырдың екінші жартысында, Джордж Бульдің «ой заңдары»(«законы мысли») атты кітабында жарық көрді. Сонымен қатар, пікір логикаларының құрылуына сол заманның: П.С.Порецкий, де-Морган, Фреге, Пирс, Шредер және т.б. сынды алпауыт ғалымдар үлкен үлестерін қосты.

Математилық логика өткен ғасырдың 50-інші жылдары, цифрді техниканың дамуна байланысты, қарқынды түрде ілгері дамыды. 1910 жылы орыс физигі П.Эренфест пікір логикасын байланыс телефонында қосып-сөндіргіш ретінде қолданылуы мүмкіндігін сипаттаған. 1938-1940 жж. бір уақытта, совет ғалымы В.И.Шестаков, америкалық ғалым Шеннон және япон ғалымдары Накашима мен Ханазаваның математика логикасын цифрлі техникадан қолдануы жайында жұмыстары шыққан болатын. 1951 жылы КСРО-да С.А.Лебедевтің басқаруымен Европадағы ең алғаш – МЭСМ («Малая электронная счетная машина») есептуіш машинасы эксплуатацияға енген еді. Цифрлі аппаратураны қолдану үшін, математикалық логиканы қолдану жайндағы ең алғаш монографияны, 1950 жылы КСРО елінде совет ғалымы М.А.Гаврилов жариялаған.

Дискретті математикадағы бұл бөлімнің дамуына совет ғалымы П.С.Новиков пеноның оқушылары да орасан зор үлес қосқан.

2.1 Пікір. Логикалық амалдар

Пікір дегеніміз – логикада не жалған, не шын болған кездегі, және бір уақытты екеуі қатар орындалмайтын хабарлы сөйлем ретінде қолданылатын сөз. «Шын» немесе «жалған» сөздері пікірдің ақиқат мағынасы болып табылады. Олар «емес», «және», «немесе», «егер... сонда...» , «сонда... тек сонда ғана»деген сөздерді қолдану арқылы күрделі пікірлер аламыз. Пікірлерді қолдану арқылы, нәтижиесінде пікір алатын болсақ оны логикалық амал деп атаймыз. Шын және жалған пікіріне 1 және 0 санын қою арқылы амалдарды есептеуге болады. Яғни, егер пікір шын болса 1 мәнін, жалған болса сәйкесінше 0 мәні қойылады. Логикалық амалдарды есептеу жолын шындық кестесі арқылы анықтаймыз.

Логикалық амалдардың бес негізгі және үш қосымша түрі бар.

1. А пікіріне теріс амал, яғни, А жалған болса шын деп, А шын болса жалған деп қабылдайтын пікір және оны мынадай түрде «¬ А» белгілеп ($\bar{A}$), «А емес» деп оқимыз. Бұл анықтаманы келесі түрдегі шындық кестесі ретінде қарастырсақ:

1 Кесте – А пікірінің толықтауышы

|A|	|Ā|
1	0
0	1

2. А мен В пікірлерінің екеуі де шын болса ғана шын болатын амалды «конъюнкция» деп атайды. Және бұл пікірді A&B деп белгілеп, «А және В» деп оқылады.

2 Кесте – А және В пікірлерінің конъюнкциясы

|A|	|B|	|A Λ B|
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

3. А мен В пікірлерінің ең болмағанда біреуі шын болса ғана шын болатын пікірді «дизъюнкция» деп атайды. Және бұл пікірді AVB деп белгілеп, «А немесе В» деп оқылады.

3 Кесте – А және В пікірлерінің дизъюнкциясы

|A|	|B|	|AVB|
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

4. А және В пікірлері белгілі ретпен алынып, А пікірі шын ал В пікірі жалған болғанда ғана жалған болатын пікірді «импликация» деп атайды. Және бұл пікірді A→B деп белгілеп, «А импликация В» деп оқылады.

4 Кесте – А және В пікірлерінің импликациясы

|A|	|B|	|A→B|
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

5. А және В пікірлерінің екеуі де шын және екеуі де жалған болған кезде ғана шын болатын пікірді «эквиваленция» деп атайды. Және бұл пікірді A↔B (A~B) деп белгілеп, «А эквивалент В» деп оқылады.

5 Кесте – А және В пікірлерінің эквиваленциясы

|A|	|B|	|A~B|
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

6. А және В пікірлерінің екеуі де шын және екеуі де жалған болған кезде ғана жалған болатын пікірді «екі модулы арқылы қою» (ағылшын әдебиетінде оның аталуы XOR – eXclusive OR) деп аталады. Және бұл пікірді $A \oplus B$ деп белгіленеді.

6 Кесте – А және В пікірлерінің екі модулы арқылы қойылуы

|A|	|B|	|$A \oplus B$|
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

7. А пікірі мен В пікірі жалған болғанда ғана шын болатын пікір «Пирс стрелкасы» деп аталады. Және бұл пікір $A \downarrow B$ деп белгіленіп, «А немесе-емес В» деп оқылады.

7 Кесте – А және В пікірлерінің Пирс стрелкасы арқылы анықталуы

|A|	|B|	|$A \downarrow B$|
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

8. А және В пікірлерінің екеуі де шын болған кезде ғана жалған болатын пікір «Шафер штрихі» деп аталады. Және бұл пікір A|B деп белгіленіп, «А және-емес В» деп оқылады.

8 Кесте – А және В пікірлерінің Шафер штрихі арқылы анықталуы

|A|	|B|	|A | B|
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Логикалық амалдардың орындалу реттері:

1) ЕМЕС амалы, мысалға: $\overline{A}$, $\overline{B}$.
2) Дизъюнкция немесе ЖӘНЕ амалы, мысалға: $A \wedge B$.

3) Қалған амалдардың барлығы дизъюнкция амалынан кейін үшінші ретте орындалады.

Барлық V, &, ¯ операцияларымен орындалатын пікірлер, пікірдің құрылу мағынасына қарай, кейбір шын мәндер қабылдай алады. Кез-келген *f* пікірі шындық кестесі арқылы да берілуі мүмкін. Егер, *f* пікірінің мағынасы n құрушы пікірлерге байланысты болса $x_1, x_2, \ldots, x_n$, онда шындық кестесі 2^n бағаннан тұрады. x_i құрушы пікірлерін *атомдық пікірлер* немесе қарапайым x_i *үзілістісі* деп аталады, егер, қарастырылып отырған *f* күрделі пікірі n үзілістілерінен құралған болса. 0 немесе 1 мәнін қабылдайтын, n (n үзілістілері де 0 немесе 1 мәнін қабылдайды) үзілістілернінен құралған *f* функциясын, *бульді функция* $f(x_1, x_2, x_3)$ деп аталады.

2.2 Логика заңдары

1. Дизъюнкция мен конъюнкция амалдарының **ассоциативтілігі**:
   а) *a&(b&c) = (a&b)&c = a&b&c*

8 Кесте – Ассоциативтілік заңы

|a|	|b|	|c|	|a&(b&c)|	|(a&b)&c|	|a&b&c|
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1

б) *a V (b V c) = (a V b) V c = a V b V c*

9 Кесте - Ассоциативтілік заңы

|a|	|b|	|c|	|a V (b V c)|	|(a V b) V c|	|a V b V c|
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

2. Дизъюнкция мен конъюнкция амалдарының **коммутативтілігі**:
   а) *a&b = b&a*

10 Кесте – Коммутативтілік заңы

|a|	|b|	|a&b|	|b&a|
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

б) *a V b = b V a*

11 Кесте – Коммутативтілік заңы

|a|	|b|	|a V b|	|b V a|
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

3. Конъюнкция амалының дизъюнкция амалына және дизъюнкция амалының конъюнкция амалына **дистрибутивтілігі**:

а) *a&(b V c) = a&b V a&c*

12 Кесте – Дистрибутивтілік заңы

|a|	|b|	|c|	|a&(b V c)|	|a&b V a&c|
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

б) *a V b&c = (a V b)&(a V c)*

13 Кесте – Дистрибутивтілік заңы

|a|	|b|	|c|	|a V bc |	|(a V b)(a V c)|
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1

1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

4. Конъюнкция мен дизъюнкция амалдарының **идемпотенттілігі**:

а) $a\&a = a$

14 Кесте – Идемпотенттілік заңы

|a|	|a|	|a & a|
0	0	0
1	1	1

б) $a \vee a = a$

15 Кесте – Идемпотенттілік заңы

|a|	|a|	|a V a|
0	0	0
1	1	1

5. **Қосарлы терістеу** заңы (екі ретті терістеу заңы):

а) $\bar{\bar{a}} = a$

16 Кесте – Қосарлы терістеу заңы

|a|	|$\bar{\bar{a}}$ |
1	1
0	0

6. **Тұрақтылық** қасиеттері:

а) $a\&1 = a$

17 Кесте – тұрақтылық қасиеттері

|a|	|1|	|a&1|
0	1	0
1	1	1

б) $a\&0 = 0$

18 Кесте – тұрақтылық қасиеттері

|a|	|0|	|a&0|

0	0	0
1	0	0

в) $a \vee 1 = 1$

19 Кесте – тұрақтылық қасиеттері

|a|	1	|a V 1|
0	1	1
1	1	1

г) $a \vee 0 = a$

20 Кесте – тұрақтылық қасиеттері

|a|	|0|	|a V 0|
0	0	0
1	0	1

д) $\bar{0} = 1$

21 Кесте – тұрақтылық қасиеттері

|0|	$\|\bar{0}\|$	|1|
0	1	1
0	1	1

е) $\bar{1} = 0$

22 Кесте – тұрақтылық қасиеттері

|1|	$\|\bar{1}\|$	|0|
1	0	0
1	0	0

7. **де-Морган** заңы:

а) $\overline{a \,\&\, b} = \bar{a} \vee \bar{b}$

23 Кесте – де-Морган заңы

|a|	|b|	$\|\overline{a \,\&\, b}\|$	$\|\bar{a} \vee \bar{b}\|$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

б) $\overline{a \vee b} = \bar{a} \,\&\, \bar{b}$

24 Кесте – де-Морган заңы

|a|	|b|	$\|\overline{a \vee b}\|$	$\|\bar{a} \& \bar{b}\|$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

8. **Қарама-қайшылық** заңы:

а) $a \& \bar{a} = 0$

25 Кесте – Қарама-қайшылық заңы

|a|	$\|\bar{a}\|$	|0|
0	1	0
1	0	0

9. Үшіншіні алып тастау заңы:

а) $a \vee \bar{a} = 1$

26 Кесте – Үшіншіні алып тастау заңы

|a|	$\|\bar{a}\|$	|1|
0	1	1
1	0	1

10. Амалдар арасындағы тәуелділік:

а) $a \rightarrow b = \bar{a} \vee b$

27 Кесте – амалдар арасындағы тәуелділік

|a|	|b|	$\| a \rightarrow b \|$	$\| a \rightarrow b = \bar{a} \vee b \|$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

б) $a \sim b = (a \rightarrow b)\&(b \rightarrow a) = (\bar{a} \vee b)\&(a \vee \bar{b}) = a\&b \vee \bar{a}\&\bar{b}$

28 Кесте – амалдар арасындағы тәуелділік

|a|	|b|	| a ~ b |	$\|(a \rightarrow b)\&(b \rightarrow a)\|$	$\|(\bar{a} \vee b)\&(a \vee \bar{b})\|$	$a\&b \vee \bar{a}\&\bar{b}$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1

11. Жұтылу заңы:

а) $a \vee a\&b = a$

29 Кесте – Жұтылу заңы

|a|	|b|	| a V a&b = a |
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

б) $a\&(a \vee b) = a$

30 Кесте – Жұтылу заңы

|a|	|b|	| a&(a V b)|
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

12. Жартылай жұтылу заңы:

а) $a \vee \bar{a}\&b = a \vee b$

31 Кесте – Жарытлай жұтылу заңдары

|a|	|b|	$\mid a \vee \bar{a}\&b \mid$	$\mid a \vee b \mid$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

б) $\bar{a} \vee a\&b = \bar{a} \vee b$

32 Кесте – Жарытлай жұтылу заңдары

|a|	|b|	|ā V a&b |	$\mid \bar{a} \vee b \mid$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

в) $a\&(\bar{a} \vee b) = a\&b$

33 Кесте – Жарытлай жұтылу заңдары

|a|	|a|	| a&(ā V b)|	| a&b|

0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

г) $\bar{a}\&(a\ V\ b) = \bar{a}\&b$

34 Кесте – Жарытлай жұтылу заңдары

|a|	|b|	|ā&(a V b)|	|ā&b |
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	0

2.3 Буль функцияларының қалыпты формаларының көрсетілуі

Дизъюнкция формасындағы буль функциясының көрсетілуі:

$$f(x_1, \dots, x_m = K_1 V\ K_2 V\ K_n, n \geq 1), \quad (1)$$

кез келген K_i термі (немесе конъюнкт) конъюнкция мен конъюнкция және емес(бірге алғанда) амалдарын екілік үзілісті функция етіп алуын көрсетеді, және бұл дизъюнктивті қалыпты форма ДНФ(дизюнктивная нормальная форма) деп аталады. Егер әр конъюнкт тек бірден ғана екілік үзілісті функциясын көрсететін болса, ДҚФ еркін дизъюнктивті қалыпты форма ЕДҚФ деп аталады

Мысал 1:

$\Phi_1(a,b,c) = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\ V\ \bar{a}\bar{b}c\ V\ \bar{a}b\bar{c}\ V\ ab\bar{c}$,

$\Phi_2(a,b,c) = \bar{a}\bar{b}\ V\ a\bar{a}\bar{b}\ V\ \bar{b}\bar{c}\ V\ \bar{b}a$,

$\Phi_3(a,b,c) = \bar{a}\bar{b}\ V\ \bar{a}\bar{b}c\ V\ b\bar{c}$.

Бірінші функция – бұл *f(a,b,c)* функциясының СДНФ-і (1-ші мысалдағы), екіншісінде терм бар, яғни, b екі рет кездеседі: терістемесі және өзі. Барлық үш функция өзара тең және барлық үш функция бастапқы $f = ((\bar{a})\ V\ b) \oplus (c \Lambda b \Lambda (a\ V\ c))$ функциясына тең.

Конъюнкция формасындағы буль функциясының көрсетілуі:

$f(x_1,\dots,x_m) = D_1 \Lambda D_2 \Lambda \dots \Lambda D_n$, $n \geq 1$, әр D_i термі дизъюнкция(терістемесімен немесе терістемесіз алынған кездегі) амалын екілік үзілісті функция етіп алуын көрсетеді, және бұл конъюнктивті қалыпты форма КНФ (конъюнктивная нормальная форма) деп аталады. Егер әр дизъюнкт КНФ тек бірден ғана екілік үзілісті функциясын көрсететін болса, онда бұндай КНФ еркін конъюнктивті қалыпты форма СКНФ(совершенная конъюнктивеая нормальная форма) деп аталады.

Қалыпты формаға келтіру

Кез-елген аналитикалық жазба функциясы қалыпты формаға келтірілуі мүмкін. Функцияны қалыпты формаға келтіру үшін, логикалық амалдар мен екілік функция құрылымын пайдаланып жүйе құрамыз.

Қадам 1**.** Логикалық амалдар құрылымын пайдаланып

$$a \sim b = (a \to b)(b \to a), a \to b = \bar{a}\ V\ b, a \oplus b = \ \bar{a}b\ V\ a\bar{b}, \qquad (2)$$

~, →, ⊕ бұл амалдардың орнына **ЖӘНЕ, НЕМЕСЕ, ЕМЕС** амалдары қолданылады.

Қадам 2. де Морган амалының құрылымы пайдаланылады:

$$\overline{a\ V\ b} = \ \bar{a}\bar{b},\ \ \overline{ab} = \ \bar{a}\ V\ \bar{b}, \qquad (3)$$

Әр терістеу амалы тек бір ғана үзілістіге байланысты болуы керек.

Қадам 3. Дистрибутивтілік амалының құрылымы мен басқа да құрылымдарды, қалыпты форма алу үшін пайдаланады. ЕКҚФ-ті табу үшін дистрибутивтілік амал құрылымын жиі пайдаланатынын байқауға болады:

$$(ab)V\ c = (a\ V\ c)(b\ V\ c), \qquad (4)$$

Мысал 3. 1-ші мысалдағы f = ((a̅) V b) ⊕ (c Λ b Λ(a V c)) функциясынана ЕКҚФ аналитикалық талдауын жасасақ.

Қадамдар ретін пайдаланып:

$$f = ((\bar{a}\ V\ b) \oplus \big(c\ \Lambda\ b\ \Lambda(a\ V\ c)\big) = \Big(\overline{\bar{a}\ V\ b}bc(b\ V\ c)\Big)\ V\ \big(\bar{b}\ V\ c\big)\overline{cb(aVc)} =$$
$$a\bar{b}cb(a\ V\ c)\ V\ (\bar{a}\ V\ c)\Big(\bar{c}\ V\ \bar{b}\ V\ (\bar{a}\bar{c})\Big) = (\bar{a}\ V\ b)\Big(\bar{c}\ V\ b\ V\ \big(\bar{b}\bar{c}\big)\Big) =$$
$$(\bar{a}\ V\ b)\big(\bar{c}\ V\ \bar{b}\ V\ \bar{a}\big)\big(\bar{c}\ V\ \bar{b}\ V\ \bar{c}\big) = (\bar{a}\ V\ b)\big(\bar{b}\ V\ \bar{c}\big), \qquad (5)$$

Дәл осылай, *f(a,b,c)* функциясының КҚФ-ін табамыз. Ал оның ЕКҚФ-ін табу үшін, әр дизъюнкті, үзілістісі жетпей тұрған, екі рет қайталау керек: осы үзілістімен және оның терістемесімен:

$$f(a,b,c) = (\bar{a}\ V\ b\ V\ c)(\bar{a}\ V\ b\ V\ \bar{c})(a\ V\ \bar{b}\ V\ \bar{c})(\bar{a}\ V\ \bar{b}\ V\ \bar{c}), \qquad (6)$$

3 Кейбір логикалық амалдарды пайдаланып, параметрлерді есептеу автоматизациясы.

Оқу процессінде немесе зерттеу жұмыстары барысында, мәліметтерді жедел өңдеу және параметрлердің есептелуі маңызды орынға ие. Сонымен қатар, мәліметтерді шығарудың, олардың сапалы өңделуі, нақты шешімдері мен олардың графикалық визуалды мәндері зерттеу барысындағы маңызды тәсілдері болып табылады.

Бұл жұмыста Microsoft Excel логикалық операторларды қолданып, өңдуді автоматтандырылып және үлкен көлемдегі мәліметтерге есептеу жүргізілген. Нәтижиесінде, қаралып отырған параметрлерден автоматты түрде вариациялық қатар құрылады. Мәліметтер өңделуі графикалық, диаграммалық және де кестелік түрде көрсетіледі.

Мысал ретінде қоймадағы толық компьютерді құрайтын, оның бөліктері мен оның құрал жабдықтары (яғни қоймадағы құралдар саны), 3000 мәліметтер нәтижиесі ретінде қаралған (50 х 60 өлшемді матрица).

Осыдан:

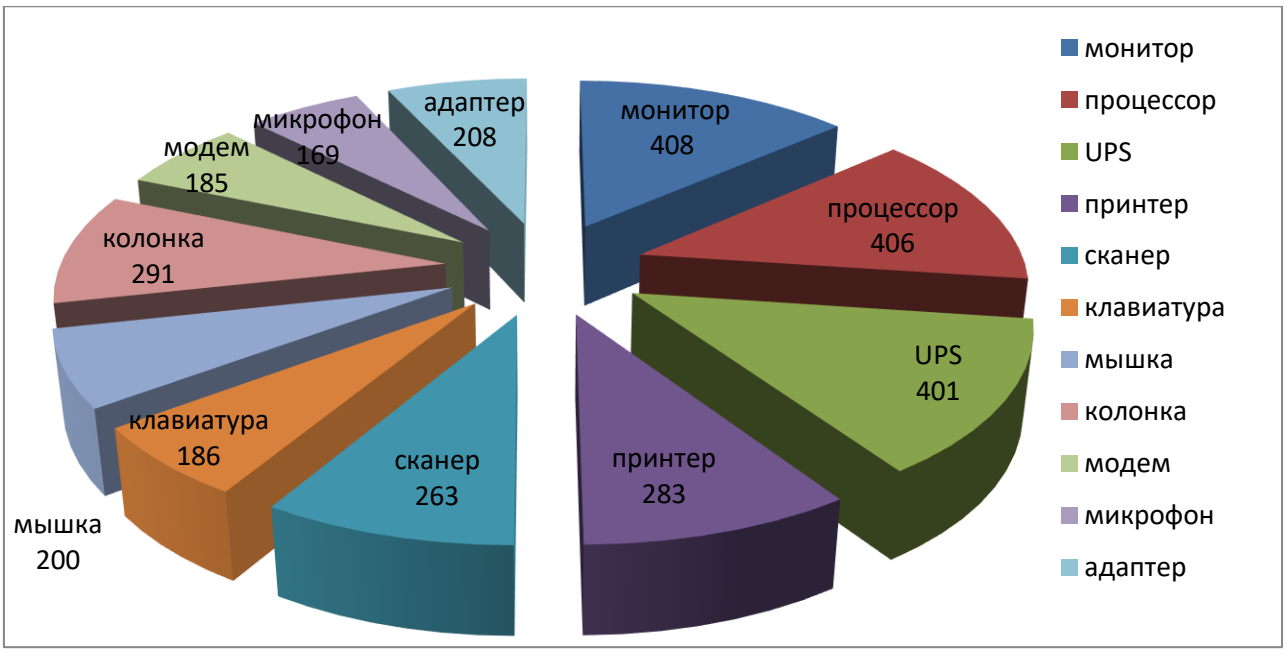
а) кесте 35, диаграмма 1, график 1 жиіліктерін қалыптастыру мәліметтерді енгізу бойынша жүзеге асады.

б) кесте 35, диаграмма 1, график 1 жиіліктерін қалыптастыру мәліметтерді матрицаны(40х60) матрицаны енгізу бойынша жүзеге асады.

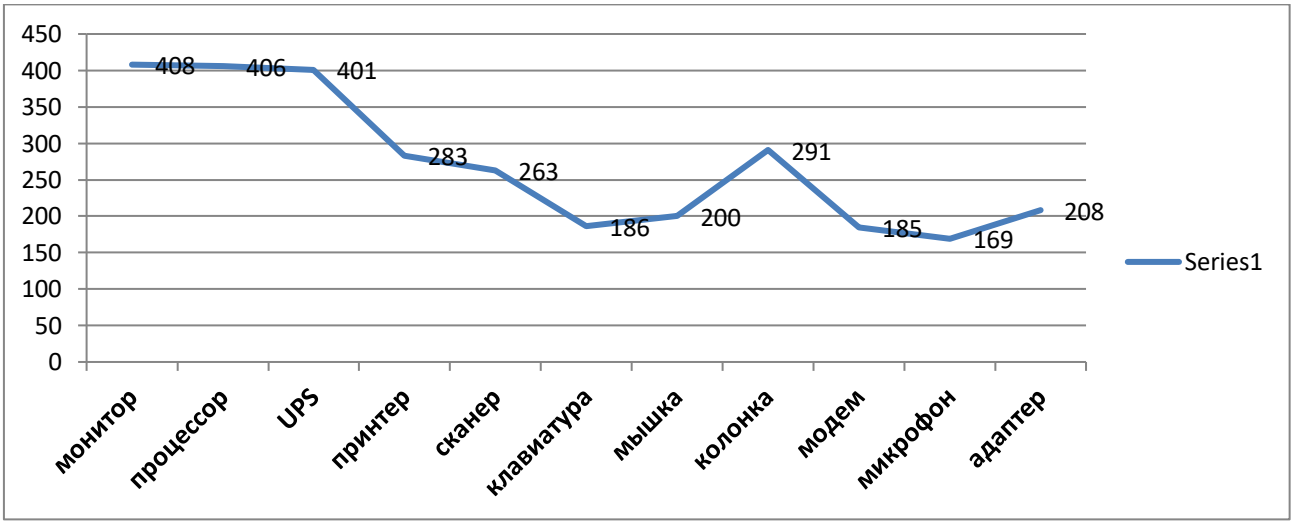
35 кесте –құрылғылардың жиілік кестесі

құрылғылар:	жалпы саны:		
негізгі	814	монитор	408
		процессор	406
қосымша	947	UPS	401
		принтер	283
		сканер	263
құралдар	1031	клавиатура	186
		мышка	200
		колонка	291
		модем	185
		микрофон	169
желілік	208	адаптер	208
		Бақылау:	3000

1 Диаграмма – құрылғылар санының үлесі диграммасы



1 График – құрылғылардың жиілік графигі



Ұсынылған әдіс үлкен көлемдегі мәліметтер өңделуін жеделдетуін қамтамассыз етеді, сонымен қатар, ерікті сипаттағы зерттеу жұмыстарының процесстерін бақылау жеңіл және визуалды түрде жүзеге асады. Microsoft Excel жалпыға ортақ есептеу-логикасы, графикалық кескіндер, түс боғыштары тәжиелерді визуалдауға мүмкіндік береді, өңдеулер нәтижиесін автоматандыруды іске қосады, параметрлерді есептеуді және анықтауды қамтамассыз етеді, сандық сипаттамаларды, баға статистикаларын жоғары бағалы программа өнімдерін қолданусыз-ақ жүзеге асырады.

Берілген жұмыстағы идеялар мен амалдар GOOGLE КЕСТЕ ортасында, құжаттар айналымы процессі кезінде ақпараттарды сақтау үшін қолдану мүмкіндігі бар. Автоматтандыру және парметрді өңдеу арқылы динамикалық презентациялар жасалуы мүмкі

ҚОРЫТЫНДЫ

1 Жиынның қасиеттері мен оларға қолданылатын амалдарды пайдалана отырып, Эйлер Венн диаграммасын салдық. Оларды акциома түрінде жіктеп, кескіндедік.

2 Математикалық логикадағы барлық неігізгі логикалық амлдар мен қатар қосымша логикалық амалдарды пайдаланып, шындық кестесіне енгізіп, нәтижиесін Microsoft Excel қолданбалы программасынағы нәтижиелермен салыстырып, қанағаттандырарлық нәтижиелер алдық.

3 Буль функцияларын қалыпты формаға келтіріп, еркін дизъюнктивті қалыпты форма мен еркін конъюнктивті қалыпты форманы қарастырдық.

4 Үлкен көлемдегі мәліметтерді Microsoft Excel қолданбалы программасынының логикалық амалдарын пайдаланып, нәтижесін кесте түрінде тез әрі қолайлы есептеуді автоматизацияладық. Сонымен қатар, Microsoft Excel қолданбалы программасындағы шартты пішімдеу, графика, диаграммалармен қатар түс бояғыштарын пайдаланып, мәліметтерді қолайлы түрде компьютерде визудау мүмкіндіктерін қолдандық.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1 Горбатов В. А. Основы дискретной математики. –М.: Высшая школа, 1986,-стр.6-49.

2 Карпов Ю. Г. Теория автоматов, М.: Питер, 2002,-стр. 57-59.

3 Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств математической логике и теории алгоритмов. М.: Наука, 1975, 63 с.

4 Ерош И.Л., Сергеев М.Б., Соловьев Н.В. Дискретная математика. СПб.: 2005, 137 с.

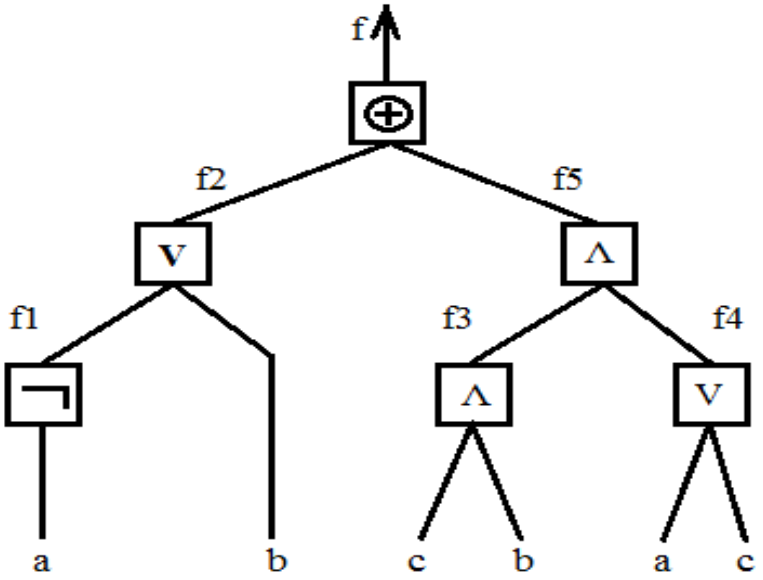
5 Пинтер Л. Разработка приложений в Microsoft. М.: Эдель, 1995, 264 с.

6 Рычков В. Excel 2002. СПб. Питер, 2002, 341 с.

А ҚОСЫМШАСЫ

$f = ((\bar{a}) \vee b) \oplus (c \wedge b \wedge (a \vee c))$ функциясы арқылы берілген, үш айнымалысы бар логикалық формулың мәнін есептеу жолын қарастырсақ.

Бірінші кезекте жақшалардың санын функцияның мәне өзгермейтіндей етіп азайтатын болсақ: $f = \bar{a} \vee b \oplus cb(a \vee c)$ осындай түрдегі функция шығады. Осыдан негізгі мен қосымша амалдардың орындалу ретіне байланысты есептеп, жаңадан бірнеше функция енгізіледі. Орындалу реті келесі суретте көрсетілген.(А.1 - сурет)



А.1 Сурет – f функцияның орындалу реті

Функцияның орындалу реті мен функциялардың алынуын анықтағаннан кейін, келесі кезекте шындық кестесі құрылады.

А.1 Кесте – f функциясының шындық кестесінде жазылуы

a	b	c	$f1 = \bar{a}$	f2 = f1 V b
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1

А қосымшасының жалғасы

$f3 = c \wedge b$	$f4 = a \vee c$	$f5 = f3 \wedge f4$	$f = f2 \oplus f5$
0	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0
0	1	0	0
0	1	0	0
0	1	0	1
1	1	1	0

Б ҚОСЫМШАСЫ

Қоймадағы құрылғылардың жалпы санын көрсететін 50Х60 матрица түрінде берілген кесте.

Б.1 Кесте – қоймадағы құрылғылар кестесі

мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS
мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS
мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS
мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS
мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS
мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS
мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS
мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS
мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS
мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS
монитор	процессор	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
монитор	процессор	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
монитор	процессор	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
монитор	процессор	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
монитор	процессор	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
монитор	процессор	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура
монитор	процессор	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	монитор
монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	UPS	монитор	процессор
процессор	UPS	принтер	мышка	колонка	UPS	монитор	процессор
процессор	UPS	принтер	мышка	колонка	колонка	клавиатура	мышка
процессор	UPS	принтер	мышка	колонка	колонка	монитор	процессор
процессор	UPS	принтер	мышка	колонка	колонка	монитор	процессор
монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор	процессор
монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор	процессор
монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор	процессор
монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор	принтер
монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	модем	принтер
монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	адаптер	модем	UPS
монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	адаптер	модем	UPS
монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	адаптер	модем	UPS
монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	адаптер	модем	UPS
принтер	сканер	монитор	мышка	колонка	адаптер	модем	UPS
UPS	принтер	монитор	UPS	мышка	клавиатура	мышка	монитор
UPS	принтер	монитор	UPS	мышка	сканер	монитор	процессор
UPS	принтер	монитор	процессор	колонка	модем	микрофон	адаптер
процессор	UPS	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер
процессор	UPS	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер
процессор	UPS	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер
процессор	UPS	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер
клавиатура	процессор	UPS	принтер	сканер	адаптер	монитор	процессор

Б қосымшасының жалғасы

клавиатура	процессор	UPS	принтер	сканер	адаптер	монитор	сканер
клавиатура	процессор	UPS	принтер	сканер	адаптер	монитор	сканер
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	монитор	сканер
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	адаптер	модем	UPS	принтер
монитор	процессор	UPS	принтер	адаптер	модем	UPS	принтер
монитор	процессор	UPS	принтер	адаптер	модем	UPS	принтер
монитор	процессор	UPS	принтер	адаптер	модем	UPS	принтер
монитор	процессор	UPS	принтер	адаптер	модем	UPS	принтер
монитор	процессор	UPS	принтер	адаптер	модем	UPS	принтер
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка
принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер
принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер
принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер
принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер
принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер
принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер
принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер
принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор	UPS
принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор	UPS
принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор	UPS
процессор	UPS	принтер	сканер	процессор	монитор	процессор	UPS
процессор	UPS	принтер	сканер	принтер	сканер	клавиатура	процессор
процессор	UPS	принтер	сканер	принтер	сканер	клавиатура	процессор
процессор	UPS	принтер	сканер	сканер	адаптер	монитор	процессор
процессор	UPS	принтер	сканер	микрофон	адаптер	монитор	процессор
мышка	колонка	модем	микрофон	микрофон	адаптер	монитор	процессор
процессор	UPS	принтер	сканер	микрофон	адаптер	монитор	процессор
UPS	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
UPS	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
колонка	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
UPS	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
UPS	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
UPS	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор

Б қосымшасының жалғасы

UPS	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка
UPS	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	монитор	процессор
сканер	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	монитор	процессор
сканер	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	клавиатура	мышка
принтер	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	клавиатура	мышка
принтер	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	сканер	монитор
принтер	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	UPS	монитор
принтер	монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	UPS	монитор
принтер	процессор	UPS	принтер	мышка	колонка	UPS	монитор
монитор	процессор	UPS	принтер	мышка	колонка	колонка	клавиатура
UPS	процессор	UPS	принтер	мышка	колонка	колонка	монитор
монитор	процессор	UPS	принтер	мышка	колонка	колонка	монитор
монитор	клавиатура	мышка	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор
монитор	клавиатура	мышка	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор
монитор	сканер	монитор	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор
монитор	UPS	монитор	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор
клавиатура	UPS	монитор	UPS	мышка	колонка	колонка	модем
клавиатура	UPS	монитор	монитор	процессор	монитор	процессор	UPS
клавиатура	колонка	клавиатура	UPS	принтер	сканер	клавиатура	процессор
модем	микрофон	адаптер	UPS	принтер	сканер	клавиатура	процессор
модем	микрофон	адаптер	UPS	принтер	сканер	клавиатура	процессор
модем	микрофон	адаптер	принтер	сканер	клавиатура	монитор	процессор
модем	микрофон	адаптер	принтер	сканер	клавиатура	монитор	процессор
модем	микрофон	адаптер	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер
модем	микрофон	адаптер	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер
монитор	процессор	UPS	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем
сканер	адаптер	монитор	сканер	клавиатура	процессор	UPS	принтер
сканер	адаптер	монитор	сканер	клавиатура	процессор	UPS	принтер
сканер	процессор	UPS	мышка	UPS	монитор	процессор	UPS
сканер	процессор	UPS	мышка	UPS	монитор	процессор	UPS
сканер	процессор	UPS	принтер	UPS	монитор	процессор	UPS
сканер	адаптер	монитор	сканер	клавиатура	процессор	UPS	принтер
колонка	модем	микрофон	адаптер	процессор	UPS	мышка	UPS
колонка	модем	микрофон	адаптер	процессор	UPS	мышка	UPS
колонка	модем	микрофон	адаптер	процессор	UPS	принтер	UPS
колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер
модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
монитор	процессор	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
монитор	процессор	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
монитор	процессор	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
монитор	процессор	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
монитор	процессор	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
монитор	процессор	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
монитор	процессор	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор

Б қосымшасының жалғасы

принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	клавиатура
принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	клавиатура
принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	сканер
принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	UPS
UPS	принтер	сканер	адаптер	монитор	сканер	клавиатура	UPS
UPS	принтер	сканер	адаптер	монитор	сканер	клавиатура	UPS
UPS	принтер	сканер	клавиатура	монитор	сканер	клавиатура	колонка
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор
колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	монитор	процессор
UPS	принтер	сканер	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура
UPS	принтер	сканер	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура
клавиатура	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	адаптер	монитор
монитор	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	адаптер	монитор
процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем
процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор
процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор
процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор
мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	монитор
процессор	UPS	принтер	сканер	процессор	UPS	принтер	сканер
процессор	UPS	принтер	сканер	процессор	UPS	принтер	сканер
процессор	UPS	модем	микрофон	процессор	UPS	принтер	сканер
процессор	UPS	модем	микрофон	UPS	принтер	сканер	клавиатура
процессор	UPS	модем	микрофон	UPS	принтер	сканер	клавиатура
принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	принтер
принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	клавиатура
принтер	сканер	колонка	колонка	модем	микрофон	процессор	клавиатура
UPS	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	процессор	колонка
UPS	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	монитор	колонка
UPS	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	монитор	колонка
UPS	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	монитор	колонка
UPS	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	монитор	процессор
сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	монитор	процессор
сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
микрофон	адаптер	монитор	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
сканер	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура
сканер	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура

Б қосымшасының жалғасы

клавиатура	процессор	процессор	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
монитор	процессор	процессор	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор
монитор	процессор	колонка	UPS	принтер	сканер	колонка	модем
сканер	принтер	сканер	UPS	принтер	сканер	колонка	модем
мышка	адаптер	монитор	UPS	принтер	сканер	колонка	модем
мышка	адаптер	монитор	UPS	принтер	сканер	колонка	модем
модем	микрофон	процессор	UPS	принтер	сканер	колонка	модем
модем	микрофон	процессор	UPS	UPS	принтер	сканер	модем
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	сканер	модем
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	клавиатура	модем
процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор	клавиатура	колонка
процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор	процессор	колонка
процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	модем	процессор	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	UPS	колонка
мышка	колонка	колонка	модем	микрофон	процессор	UPS	микрофон
мышка	колонка	колонка	модем	микрофон	монитор	процессор	микрофон
процессор	UPS	колонка	модем	микрофон	монитор	процессор	клавиатура
принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
мышка	колонка	модем	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
колонка	колонка	монитор	процессор	UPS	модем	микрофон	UPS
колонка	колонка	монитор	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон
колонка	колонка	модем	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон
мышка	колонка	модем	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	монитор	монитор
адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	монитор
адаптер	монитор	клавиатура	мышка	клавиатура	монитор	процессор	UPS
адаптер	монитор	клавиатура	мышка	монитор	монитор	процессор	UPS
адаптер	монитор	сканер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
адаптер	монитор	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
адаптер	монитор	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
монитор	процессор	колонка	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
модем	микрофон	колонка	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
монитор	процессор	колонка	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
монитор	процессор	колонка	монитор	процессор	UPS	модем	микрофон
монитор	процессор	колонка	монитор	процессор	UPS	модем	микрофон
монитор	процессор	колонка	монитор	процессор	UPS	модем	микрофон
сканер	клавиатура	колонка	монитор	принтер	сканер	колонка	модем
сканер	клавиатура	колонка	клавиатура	мышка	клавиатура	монитор	процессор
сканер	клавиатура	адаптер	клавиатура	мышка	монитор	монитор	процессор
клавиатура	монитор	адаптер	сканер	монитор	процессор	UPS	принтер
клавиатура	монитор	адаптер	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер

Б қосымшасының жалғасы

мышка	адаптер	монитор	UPS	принтер	сканер	колонка	модем
модем	микрофон	процессор	UPS	принтер	сканер	колонка	модем
модем	микрофон	процессор	UPS	UPS	принтер	сканер	модем
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	сканер	модем
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	клавиатура	модем
процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор	клавиатура	колонка
процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор	процессор	колонка
процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	модем	процессор	колонка
монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	UPS	колонка
мышка	колонка	колонка	модем	микрофон	процессор	UPS	микрофон
мышка	колонка	колонка	модем	микрофон	монитор	процессор	микрофон
процессор	UPS	колонка	модем	микрофон	монитор	процессор	клавиатура
принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
принтер	сканер	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
мышка	колонка	модем	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
колонка	колонка	монитор	процессор	UPS	модем	микрофон	UPS
колонка	колонка	монитор	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон
колонка	колонка	модем	принтер	сканер	колонка	модем	микрофон
мышка	колонка	модем	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	монитор	монитор
адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	монитор
адаптер	монитор	клавиатура	мышка	клавиатура	монитор	процессор	UPS
адаптер	монитор	клавиатура	мышка	монитор	монитор	процессор	UPS
адаптер	монитор	сканер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
адаптер	монитор	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
адаптер	монитор	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
монитор	процессор	колонка	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
модем	микрофон	колонка	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
монитор	процессор	колонка	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
монитор	процессор	колонка	монитор	процессор	UPS	модем	микрофон
монитор	процессор	колонка	монитор	процессор	UPS	модем	микрофон
монитор	процессор	колонка	монитор	процессор	UPS	модем	микрофон
сканер	клавиатура	колонка	монитор	принтер	сканер	колонка	модем
сканер	клавиатура	колонка	клавиатура	мышка	клавиатура	монитор	процессор
сканер	клавиатура	адаптер	клавиатура	мышка	монитор	монитор	процессор
клавиатура	монитор	адаптер	сканер	монитор	процессор	UPS	принтер
клавиатура	монитор	адаптер	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер
процессор	UPS	адаптер	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер
процессор	UPS	адаптер	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер
клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	модем
клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	принтер
клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	принтер

Б қосымшасының жалғасы

клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	модем
клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	модем
клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор	UPS	принтер	колонка
клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
адаптер	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
процессор	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
процессор	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
UPS	адаптер	монитор	процессор	микрофон	адаптер	монитор	процессор
UPS	адаптер	монитор	процессор	микрофон	адаптер	монитор	процессор
адаптер	адаптер	монитор	процессор	микрофон	адаптер	монитор	процессор
UPS	адаптер	монитор	процессор	микрофон	адаптер	монитор	процессор
сканер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка
сканер	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	монитор	процессор
микрофон	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	монитор	процессор
сканер	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	клавиатура	мышка
сканер	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	клавиатура	мышка
микрофон	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	сканер	монитор
микрофон	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	UPS	монитор
микрофон	монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	UPS	монитор
модем	процессор	UPS	принтер	мышка	колонка	UPS	монитор
модем	процессор	UPS	принтер	мышка	колонка	колонка	клавиатура
колонка	процессор	UPS	принтер	мышка	колонка	колонка	монитор
колонка	процессор	UPS	принтер	мышка	колонка	колонка	монитор
адаптер	монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор
адаптер	монитор	процессор	UPS	мышка	колонка	колонка	монитор
монитор	процессор	колонка	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер
UPS	принтер	колонка	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер
UPS	принтер	колонка	колонка	клавиатура	мышка	колонка	модем
адаптер	модем	UPS	принтер	сканер	адаптер	монитор	сканер
принтер	сканер	клавиатура	монитор	процессор	колонка	UPS	монитор
адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	колонка	UPS	монитор
адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	колонка	колонка	клавиатура
адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	монитор
адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	монитор
процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем
процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем
принтер	сканер	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
принтер	сканер	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор
клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	модем

Б қосымшасының жалғасы

процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	процессор	UPS	принтер
процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	процессор	UPS	принтер
UPS	принтер	сканер	клавиатура	монитор	процессор	UPS	принтер
UPS	принтер	сканер	клавиатура	монитор	процессор	UPS	принтер
микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура
UPS	принтер	сканер	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер
UPS	принтер	сканер	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер
сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор	UPS	принтер
сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор	UPS	принтер
сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор	UPS	принтер
микрофон	адаптер	монитор	процессор	монитор	процессор	UPS	принтер
сканер	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	процессор	UPS
сканер	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	процессор	UPS
микрофон	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	процессор	UPS
микрофон	UPS	принтер	сканер	клавиатура	монитор	процессор	UPS
микрофон	UPS	принтер	сканер	клавиатура	монитор	процессор	UPS
модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем	микрофон
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор
UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	монитор	процессор
колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор	процессор	монитор	процессор
UPS	принтер	сканер	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура
UPS	принтер	сканер	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура
клавиатура	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	адаптер	монитор
монитор	монитор	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
процессор	UPS	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
процессор	UPS	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
процессор	UPS	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
процессор	UPS	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
мышка	колонка	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
процессор	UPS	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
процессор	UPS	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
процессор	UPS	мышка	колонка	модем	микрофон	адаптер	монитор
процессор	UPS	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура
сканер	монитор	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	монитор
процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	процессор	UPS	принтер
адаптер	монитор	процессор	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер

Б қосымшасының жалғасы

процессор	UPS	принтер	сканер	монитор	адаптер	монитор	процессор
процессор	UPS	принтер	сканер	монитор	адаптер	монитор	процессор
мышка	колонка	модем	микрофон	монитор	мышка	колонка	модем
процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем
процессор	UPS	принтер	сканер	клавиатура	мышка	колонка	модем
микрофон	адаптер	процессор	UPS	сканер	колонка	UPS	принтер
микрофон	адаптер	процессор	UPS	сканер	колонка	UPS	принтер
клавиатура	адаптер	процессор	UPS	принтер	сканер	UPS	принтер
клавиатура	адаптер	процессор	UPS	принтер	сканер	процессор	UPS
колонка	адаптер	процессор	UPS	принтер	сканер	процессор	UPS
колонка	адаптер	процессор	UPS	принтер	сканер	монитор	процессор
колонка	адаптер	процессор	UPS	принтер	сканер	монитор	процессор
колонка	адаптер	процессор	UPS	клавиатура	мышка	микрофон	адаптер
колонка	адаптер	процессор	UPS	адаптер	монитор	микрофон	адаптер
сканер	адаптер	процессор	UPS	адаптер	монитор	микрофон	адаптер
сканер	адаптер	мышка	колонка	адаптер	монитор	сканер	клавиатура
сканер	адаптер	процессор	UPS	адаптер	монитор	сканер	клавиатура
сканер	адаптер	процессор	UPS	адаптер	монитор	процессор	колонка
сканер	адаптер	мышка	клавиатура	адаптер	монитор	сканер	колонка
мышка	адаптер	монитор	процессор	UPS	принтер	сканер	колонка
сканер	монитор	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	монитор
микрофон	монитор	монитор	процессор	UPS	монитор	процессор	клавиатура